

## Técnicas Avançadas de Projeto e Análise de Algoritmos: Programação Dinâmica e Multiplicação de Varias Matrizes

**Autores: Flavio Antonio Rodrigues Junior<sup>1</sup> (IC), Rodrigo Ferreira Malta<sup>1</sup> (IC), Walteno Martins Parreira Júnior<sup>1</sup> (PQ)**

<sup>1</sup> Fundação Educacional de Ituiutaba - Universidade do Estado de Minas Gerais (FEIT/UEMG), Ituiutaba-MG, Brasil.

\*flaviorodriguesj@hotmail.com, \*\*maltarodrigo@hotmail.com; \*\*\*waltenomartins@yahoo.com.

*Palavras chave:* Análise de algoritmos; Programação dinâmica; Matrizes; Otimização de dados.

### Introdução

Uma característica fundamental da pesquisa científica e da busca de características através de amostragem é pesquisar elementos naturais e traduzi-los em conceitos matemáticos, evidenciando e provando as fases evolutivas dos seres vivos e fenômenos físicos em sistemas tradicionais matemáticos que posteriormente acabam evoluindo para sistemas computacionais. Com isso a evolução acontece naturalmente, surgindo à necessidade de ajustar determinados fenômenos incomuns a esses sistemas matemáticos, com o objetivo de chegar a uma resposta para os sistemas matemáticos. Porém pode-se desejar ir além, ou seja, conseguir uma otimização dos sistemas através da visualização dos pontos máximos e mínimos, sendo esta a principal característica da programação dinâmica.

A programação dinâmica se aplica tipicamente a problemas de otimização em que uma série de escolhas devem ser feitas, a fim de alcançar uma solução ótima. À medida que as escolhas são feitas, frequentemente surgem subproblemas da mesma forma<sup>1</sup>.

Este artigo revisa o conceito de programação dinâmica e as formas de multiplicações eficientes de matrizes fazendo um estudo dos métodos de otimização de dados e de resolução de problemas através da implementação de algoritmos em consonância com a literatura para a observação dos resultados.

### Resultados e Discussão

Uma solução ótima caracteriza-se quando a solução de um problema contém nela mesma, soluções ótimas para subproblemas do mesmo tipo. Como exemplo, foram analisadas técnicas algorítmicas onde o algoritmo observado resolve o problema de multiplicação de cadeias de matrizes.

Para  $n$  matrizes  $A_1, A_2, \dots, A_n$ , para algum  $n \geq 1$ . Para todo  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ , a matriz  $A_i$  possui dimensões  $p_i - 1 \times p_i$ , sendo  $p_0, p_1, \dots, p_n > 0$ . A multiplicação de matrizes é associativa, e assim, todas as colocações de parênteses resultam no mesmo produto  $(AB)C = A(BC)$ .

Dessa forma, os produtos  $A_1$  e  $((A_1 A_2)(A_3 A_4))$  estão completamente parentizados. Observando-se que uma parentização completa de um produto  $M$  de  $n$  matrizes indica uma ordem de realização de produtos de pares de matrizes para o cálculo de  $M$  e ainda que cada parentização completa implique um número diferente de multiplicações de escalares<sup>1</sup>.

De fato, a ordem de um produto de várias matrizes consiste em uma etapa preliminar, em que se decide a ordem das multiplicações antes de realizá-las. Assim, o tamanho da entrada não depende dos tamanhos das matrizes, mas somente da quantidade delas.

Com complexidade polinomial o algoritmo em programação dinâmica com dimensão 1 (um) resulta em custo 0 (zero), para problemas com dimensões 2 (dois) só há uma maneira de multiplicar para depois registrar seu custo e para problemas com dimensão 3 (três) é realizado de forma associativa onde o menor custo é registrado. E assim o procedimento se repete para as sequências de tamanhos crescentes<sup>2</sup>.

### Conclusão

A complexidade do algoritmo em programação dinâmica para multiplicação de várias matrizes depende apenas do tamanho da entrada  $n$ . Um fato importante é que a função encontrada é de complexidade  $O(n^3)$ . Os loops estão aninhados como profundidade três no exemplo apresentado e cada índice de loop  $(i, j, k)$  toma no máximo  $n$  valores. Assim este método é muito mais eficiente que o método de força bruta que demanda um tempo de execução exponencial  $O(2^n)$ .

### Agradecimentos

Os autores agradecem pela oportunidade de apresentar a pesquisa científica e ao professor orientador pelo apoio.

<sup>1</sup>CORMEN, H.T...[et al.]. *Algoritmos: teoria e prática*. Rio de Janeiro: Campus, 2002, 15, 257 – 295.

<sup>2</sup>KOERICH, A. L. *Programação Dinâmica: técnicas de projeto de algoritmos*. Disponível em <<http://www.ppgia.pucpr.br/~alekoe/PAA/20042/13-ProgramacaoDinamica-PAA2004-6T.pdf>>, acesso em 10 mai. 2013.

**Referenciar como:**

RODRIGUES JUNIOR, Flavio Antonio; MALTA, Rodrigo Ferreira; PARREIRA JÚNIOR, Walteno M. Técnicas avançadas de projeto e análise de algoritmos: Programação dinâmica e multiplicação de varias matrizes. . In: BATISTA, Andre Luiz F (Org.). SEMINÁRIO REGIONAL INTEGRADO DE PESQUISA DAS INSTITUIÇÕES DE ENSINO SUPERIOR E TÉCNICO DO PONTAL DO TRIANGULO MINEIRO, 3., 2013, Ituiutaba. **Caderno de resumos**. Ituiutaba: FTM, FEIT, IFTM-Itba, FACIP-UFU, 2013. p.12. ISSN: 2316-5634